

現象から方程式を創りだす 第4回

砂漠化問題のバスタブモデル

西浦廉政・寺本敬

1. はじめに

自然現象，社会現象を問わず，数理モデルによる予測とその検証の必要性が高まってきている．まだ収束したわけではないが，新型インフルエンザにどのように対処するかも多くの教訓と示唆を与えている．実際どのような型のウイルスが出てくる可能性が高いのかというマイクロレベルでの予測から，いったん流行り始めた時に，誰にどのタイミングでワクチン接種するのが効果的なのかという問題まで，疫学，バイオインフォマティクス，伝搬シミュレーションと多岐の分野にまたがる課題となっている．2001年に英国で起きた口蹄疫 (foot-and-mouth disease) では，多くの応用数学者が駆り出され，農場から農場への感染モデルが作られ，さらにそれは時間的な伝搬過程を記述するモデルであったので，逆にその伝搬をどう制御できるかについても示唆を与え得るものであった．結論としては感染した牛を直ちに屠殺することで，伝搬を止めることはできないが，スローダウンさせるのに効果があることがわかり，政府は少なくとも部分的にはこの方法を実施に移し，結果として数ヶ月で沈静化させることに成功した．しかしより早期の対応は被害をさらに半分程度には抑えるという報告もある．いずれにせよ現代ではモデルのシミュレーション解析により，ある程度まで現実的な時間内で対応できることをこの例は示している．

しかし英国ではその前に起こった BSE (狂牛病，あるいは牛海綿状脳症) においては苦い経験をしている．1986年に初めて BSE 感染牛が確認され，その後全土で発見されるようになった．1988年に BSE の人や動物への影響を調べるため，専門家委員会が設置された．肉骨粉の牛への飼料 (これは一種の共食いである) は禁止され，翌年の報告書では「BSE 感染牛の発生は多くとも 2 万頭そして人間への感染はほとんどない」と結論づけられた．しかしその後も英国以外でも感染は広がり，1996年3月に感染牛の摂取によるクロイツフェルト・ヤコブ病の患者が発生する．これはパニックの引き金となり，検証のためのフィリップス委員会が設置された．このような事態となった原因として，この病気の科学的解明の遅れと最初に設置された上記委員会の委員構成の不適切さが指摘された．後者については単に科学的見地からではなく，「欧州全体の畜産界への社会的，経済的そして政治的判断」にも関わり，科学者だけでは限界があることも指摘されている (その詳細は¹⁾ に詳しい)

これらの例からわかるように，現代の我々が抱えているほとんどの問題は多くの分野に複合的に関わり，かつ時間・空間の多層のスケールに関係する．実際，JST の研究開発戦略センター (CRDS) による調査報告書⁹⁾ によれば，人類が直面する「10の難問」は環境変動，疫病伝染，エネルギー・食料水，経済現象，インフラ，新機能材料，生命現象，精神現象などが挙げられており，これらはす

べて階層的複雑システムに属する問題である。いずれも単純にはモデル化できない。それは関わる因子が一般には膨大であり、かつ時空間において階層的な構造を有しているからである。どの階層をどのような時間スケールで見るとのによりモデルは変わってくる。この小論で紹介するマルチバスタブモデル法は非常に素朴なモデル作成法であるが、現実に入った複雑なモデルもこれを基本としている。とくにここでは半乾燥地域における植生分布パターンの問題にその方法を適用することを試みる。人口増加とそれに伴う大規模な経済活動は地球の多くの地域で砂漠化問題を引き起こしており、それらに対して何が示唆できるかについても議論する。

2. バスタブモデル

モデルをどのように作るかという方針は単純である。すなわち

$$[\text{変化}] = [\text{入ってくる量}] - [\text{出ていく量}] \quad (1)$$

で尽くされる。なあんだ、という感じであるが、どのような量の変化に着目するのか、またそれをどのように計測し、定式化するかは別問題であり一般的にはやさしいことではない。しかしお風呂に水を入れたり出したりということに似ているので、エルナー・グッケンハイマー²⁾にならい、これをバスタブモデルとよぶことにする(図1)。

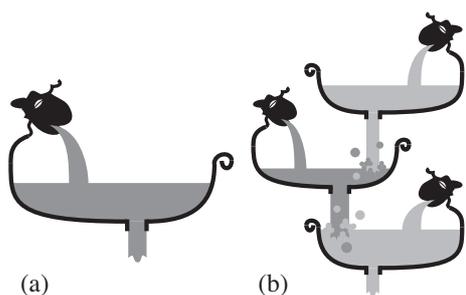


図1 (a) バスタブの図(上から蛇口で水が入り、底の出口から出て行く) (b) マルチバスタブモデル

バスタブを考えている系のある微小領域と思えば、

そこに入出入りする熱量や運動量を考えることにより、よく知られている熱方程式や運動方程式が得られる。それらが保存される場合には得られるモデルは保存則を記述するものとなる。

2.1 マルチバスタブモデル

上に述べたようにバスタブは一つとは限らず、普通はたくさんある。あるバスタブから出た水は別のバスタブに流れ、そのバスタブには別の蛇口からも流入があるだろう。さらに単なるバスタブなら、水を溜め、流すだけであるが、そのバスタブに流れ込んだ要因同士で相互作用が起こり(一般的には非線形相互作用)、そのアウトプットとして別の要因が生成され、それが他のバスタブに流れこむことも考えられる。またバスタブからの蒸発もあるだろう。従ってより一般的には図1 (b) のようなマルチバスタブモデルが現実的となる。

3. なぜ動的モデルなのか

出生率、死亡率から GDP、医療費まで膨大なデータが毎年提供されている。それらを眺めることにより、年と共にどのように推移しているか、大体の様子を知ることができる。もっと短い時間スケールでは株価や為替レートは時々刻々提供されている。これらは激しく変動するデータであるが、ある傾向が見えることもしばしばある。結果として将来に向かって「外挿」したくなる。しかし多くの場合、それらはあてはまらず大きな損失をもたらすことも多い。例えばある一定期間を見れば、上昇、下降、あるいは周期的振る舞いに見えたとしても、それが次の大きな変化への遷移状態に過ぎないことはしばしば起こりうる。単純な外挿は統計学では禁じ手であることはよく知られている。通常は時系列解析という手段がしばしば有効であるが、一般に金融時系列の解析は簡単ではない³⁾。データをして語らしむる統計的手法に頼らずに未来に向かって何かを言いうるとすれば、それを生み出す機構を抽出しないかぎり難しい。また昨今のデータは様々な計測技術の発展により、時系列

ではなく、画像であったりする。そこで時間変化を記述するダイナミックモデルの登場となる。前節でそれはバスタブモデルという名前で紹介した。それは変化、すなわち時間発展するモデルなので、静的なデータ記述とは異なり、未来方向に向かって意味のある予測力をもつと期待される。その御利益は次のようなものがある。

- 現象の動的理解と相互関係：ポジティブ・ネガティブフィードバック、フィードフォアオドなどの要因間ダイナミクスの解明
- 制御する：ダイナミクスの理解が進むことで、問題の予測、さらに事態が悪くならないように制御する方策が見付かる。
- シミュレーションでのみ可能：実験ではできない、あるいはやってはいけないが、数値実験では可能。
- 極端なスケールでの予測：上とも関連するが、人間のスケールと比べて極端に短いあるいは長い時間や大きな空間スケールでの実験が可能。ほんのわずかな変化が長期的にどのような影響を与えるかについての定性的および定量的予測も可能。

3.1 モデル化のプロセス

上に挙げたようなデータはいずれも膨大な要因が関わっており、それらを列挙するだけでも大変である。そのために次のような順序で考え、必要に応じてこのループを回す。

1. ダイナミクスに関わっている鍵となるマクロな要因を取り出す
2. それらの要因間の関係を洗い出す
3. それらを組み合わせマルチバスタブモデルを作る
4. 要因間ダイナミクスの検証

最後の検証過程では、入手可能な実際のデータとの照合が問題となる。過去のデータを初期値として現在データがどの程度の精度で得られるかが未来方向の予測や制御に重要となる。パラメータ値の設定や相互作用のモデル化が正しいかどうかを試される。事前にその詳細がわかっていない場合が現実問題では多いので、「失敗モデル」から学

ぶことが多く、上のループは何回も回されることとなる。

3.2 モデルの縮約

重要と思われる要因に限定しても多くの場合かなりの未知数が出てくる。パターンダイナミクスでよく知られているBZ-反応(ベルーゾフ・ジャボティンスキー反応)¹¹⁾においても関わる素過程は百を超える。しかし反応ダイナミクスを支配するのは律速過程とよばれる最も遅い反応である。それに比べて十分に速い反応はすべて定常状態にすみやかに落ち着くと(すなわち時間微分は零)仮定すれば、反応が多項式で書けるなら代数方程式を解くことにより大幅な未知数の縮減が可能となる。これは擬定常状態法という時空間スケールの違いを利用したモデル縮約法の一つである。これ以外にも様々なモデルの簡約化は知られている。線形化近似、中心多様体近似、特異極限法や離散的なものを連続場で近似する平均場近似などは良く知られているが、ここでは述べない^{11, 12)}

ここでバスタブ法による簡単な応用例として感染症モデルを作ってみよう。最初に述べたように鳥インフルエンザを始め、様々な感染症との闘いは人類の抱えている大きな問題であり、社会構造、輸送手段の変化と共にその予防の方法や伝搬の仕方も変化してきている。ここでは最も簡単な、しかし定性的には多くの重要な情報を与えるケルマック・マッケンドリック方程式に基礎を置くSIRモデルとよばれるものをバスタブ法の考え方で作ってみよう。まずSIRの頭文字はバスタブの状態変数である。未感染者(Susceptible)、感染者(Infected)、回復者あるいは死亡者(Recoverd or Removed)をそれぞれ表す。感染は感染者が未感染者と接触することにより起こり、感染者の一定の割合 γ は回復あるいは死亡することによりRのバスタブに入っていく。最も注意を払わねばならないのは感受性をもつ未感染者が感染者と接触する際のダイナミクスをどう記述するかである。ここでは化学反応と同じように接触する頻度に比例して病気が伝染すると考えよう。具体的には各感染者が単位

時間あたり b 人に接触するとすれば、そこから生まれる新たに生まれる感染者は $bI(S/N)$ に比例するはずである。 S/N という比が出現するのは、接触により感染するのは全人口 N (今は一定としている) の内、未感染者 S に出会うときのみだからである。以上を式で表現すると次のようになる。

$$\begin{cases} S_t = -\beta SI, \\ I_t = \beta SI - \gamma I, \\ R_t = \gamma I, \end{cases} \quad (2)$$

ここで係数 β は $\beta = b/N$ であり、全人口 $N = S + I + R$ は一定であることは上の式からすぐわかる。この意味でこれは閉じた系である。すなわち生誕出生や移民による増加を考えていないし、死亡者も R のバスタブに入れている。

感染症はこれまでの歴史が示すようにしばしば周期的に爆発的なパンデミックを繰り返してきた。上のモデルはそのような振動する時間変化は示さない、これは新たな未感染者が供給されず (S の右辺の符号は常に負)、最終的には全員が免疫 (死ぬことで感染しないことも含め) をもつことになるからである (R の右辺の符号は常に正で単調増加)。回復しても免疫をもたない感染症 (淋病がそうである) あるいは出生による免疫をもたぬ新たな未感染者も考慮せねばならない。それらの諸問題を含め、より詳しい感染症モデルについての解説および文献についてはこの連載の次回の稲葉氏の解説および著書⁴⁾を参照されたい。次節以降ではいよいよ砂漠化の問題を論じる。

4. フラスコ反応系から地球反応系へ

新千歳空港を飛び立つと、季節ごとに色彩豊かな農場のパッチワーク模様を楽しむことができるが、その一方では、森林伐採後に放置された荒地も虫食い状に散らばり、それらの間を縫うようにして残った森を野生動物が行き来している。そして羽田空港に近づき、飛行機が高度を下げれば、見

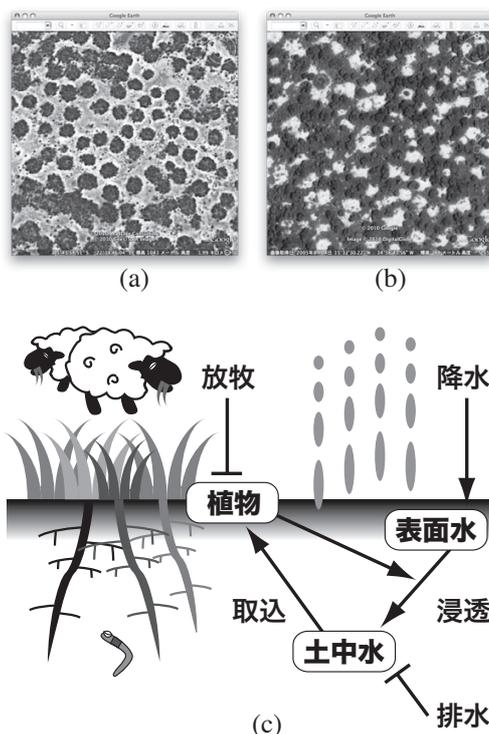


図 2 Google Earth による植生分布の航空写真 ©Google. 黒が緑地, 白が荒地を示す. (a) セネガル, 北緯 15.12 度, 西経 14.56 度 (b) ザンビア, 南緯 15.44 度, 東経 22.56 度. (c) 植生分布のバスタブモデルの模式図

渡す限りの広大な都市砂漠である。電車に乗り換えると、わずかな土地で細やかに管理された花の咲く木が意外に多く目にはとまるが、その植生の割合は乾燥地域の「砂漠」と同程度である。

4.1 食料増産と砂漠化

アフリカには世界最大の乾燥地域、サハラ砂漠があり、その周縁地域では深刻な砂漠化が進んでいる。主要産業は農業であり、人口増加による食糧不足、貧困のために土地の許容力を超えた過耕作や過放牧がなされている。最近では、中国、インドを含めた先進国の食糧を確保するための大規模な耕地開発競争も激しいという。図 2(a) はサハラ砂漠西端に近いセネガルの航空写真であり、黒地の草原にスポット状の白い荒廃地が散らばる植生分布パターンである。逆に、同じアフリカのザンビアの写真 (図 2(b)) では、スポット状の緑地が荒廃地に点在している。世界中では毎年、四国と九州を合わせた面積の土地が砂漠化しているといわれたりもするが、地球規模での定量的な状況把握は、Google Earth 等、ICT インフラを享受した世界市民による環境監視と多数決によってもたらされるようになるのであろうか。本稿では、極めて降水量が少ない乾燥地域での砂漠化、人間活動が著しい湿潤地域での砂漠化ではなく、乾燥地域と湿潤地域の間程度の降水量である半乾燥地域での砂漠化のバスタブモデルを紹介する。半乾燥地域とは、従来、遊牧民による「放牧」が行われてきた草原をイメージしてもらいたい。自然と人間の共生バランスの変化を受けやすい土地であって、近年、顕著に砂漠化が進むこの地域で見られる特徴的な植生分布パターンの出現メカニズムについて考察する。

4.2 半乾燥地域における植生モデル

図 2 (c) は、「降水圧 (自然環境)」と「放牧圧 (人間活動)」の変化に対する影響を調べるため、「植物」と「水」の時空間分布を状態変数としたバスタブモデルの模式図である。地表に降った雨水は、一旦、土中に蓄えられてから、植物に根から吸収されるものとして、水を「表面水」と「土中水」の 2 種類に分けて考える。

$$[\text{植物の変化}] = [\text{生産}] - [\text{放牧による消耗}] \pm [\text{分散}],$$

$$[\text{土中水の変化}] = [\text{浸透}] - [\text{排水}] \\ - [\text{植物への取込}] \pm [\text{分散}],$$

$$[\text{表面水の変化}] = [\text{降水}] - [\text{浸透}] \pm [\text{分散}].$$

植物の生産力は、植物量 P に比例し、土中水 W が多いほど強まる。土壌の許容力を仮定して W について飽和するものとし、それを Michaelis-Menten 形式 (あるいは Hollig type II 型) を用いて表せば $P \times W / (W + k_1)$ が適当だろう。植物は根から水を取り込むので、土中水はその分、消費されることになる。そして、人に「放牧」された家畜の餌として植物は消費する。

庭の草むしりを手伝え、植物の繁みが深いほど地中深く根がはり、ミミズやらオケラやら、土壌生物も豊富でフカフカな地面であることが多い。大学キャンパス内の草むらに出来た近道など、踏みつけられて固くなった地面では、雨水は表面をさらうだけで、旺盛な繁殖力を示すセイヨウタンポポさえも遠慮がちにみえる。つまり、表面水と土中水とを分けるのは、土地の荒れ具合を水の浸透具合で表すことに相当する。実際、中国では遊牧民に対して定住政策をとったがために、村を中心とした過放牧による砂漠化が進んでいる。そのような土地では、地表部でのバイオマス (植物量) が少ないと、繁殖する植物の多様性も失われ、地下部のバイオマスも少なく、根のはり具合も浅い分布である傾向がみられる⁶⁾。よって、植物 P は表面水 O から土中水 W への「浸透」を促進すると仮定する。乾いた砂地ほど早く浸透し、十分潤った地面では次第に飽和するものとして、やはり式で表せば、 $O \times (P + k_2 W_0) / (P + k_2)$ である。このとき、植物が生えてなくとも、水は土中に浸透する ($W_0 \neq 0$)。

最後に、種の飛散や水の分散をそれぞれ線形拡散で近似すれば、モデルイメージ (3) から次の反応拡散系モデル方程式を書き下せる^{7,8)}。

$$\begin{cases} P_t = k_0\alpha \frac{W}{W+k_1}P - GP + D_P\Delta P, \\ W_t = \beta O \frac{P+k_2W_0}{P+k_2} - \gamma W \\ \quad - \alpha \frac{W}{W+k_1}P + D_W\Delta W, \\ O_t = R - \beta O \frac{P+k_2W_0}{P+k_2} + D_O\Delta O. \end{cases} \quad (4)$$

4.3 降雨や放牧への依存性と崖っぷち特異点

モデル方程式 (4) を用いて、まずは「拡散」による空間相互作用のない、場所によらない様な植生分布状態について考えよう。「降水圧 R 」が小さければ、無植物状態 $\bar{P} = 0$ の自明解を持つ。降水圧を強めていくと、自明解が不安定化し、ある一定の植物量を持つ非自明解 $\bar{P} = k_0(R - \gamma k_1 G / (k_0\alpha - G)) / G$ が出現する。その分岐点は、図 3 に示した状況では $(R, G) = (1.0, 0.25)$ である。パラメータ γ は土壤の排水力である。

空間相互作用 (拡散) を考慮すると、非自明解は出現した直後にチューリング不安定となる ($R_{T_1} \simeq 1.0$)。さらに降水圧を強めていけば、チューリング分岐 T_2 を経て、この空間一様解は安定性を回復する。つまり、雨が十分に多い湿潤地域では、大地は緑で満たされている。図 2(a) の航空写真で示したようなパッチ状の植生分布パターンが形成されるのは、この 2 つのチューリング分岐点に挟まれるような半乾燥地域である。式 (4) の空間 2 次元シミュレーションから、図 3(b) に示すように、降水圧 R の強さによって、色反転したスポット状パターンが得られる。また拡散だけでなく、空間相互作用として、地形勾配などを考慮すれば、帯状パターンも再現される。

図 3 (a) では、空間非一様植生分布パターン (2 モード帯状解) の大域分岐を示している。チューリング分岐 $T_{1,2}$ はどちらもサブクリティカルで生じるために、振幅の小さな空間非一様解は不安定である。それらはサドルノード分岐 $SN_{1,2}$ を経て安定性を回復し、これら 2 つの分岐点に挟まれたパラメータ範囲で出現する。 SN_2 分岐点近くの解では、空間全体に植物が分布しているが、降水圧が弱まるにつれて、その分布範囲 (2 モード解のド

メイン幅) は狭まっていく。さらに降水圧を弱めると、砂漠 (無植生分布) 状態に連続的に至るのではなく、もう一方のサドルノード分岐 SN_1 によって不連続に (壊滅的に) 遷移してしまう。この SN_1 分岐点とチューリング分岐点 T_1 の間は、砂漠状態である一様自明解とそれからサブクリティカルに生じた空間非一様解が共存した双安定状態になっている。

図 3 (c) は「放牧圧 G 」を分岐パラメータとした大域分岐図である。こちらでも 2 つのサブクリティカルチューリング分岐を持ち、放牧圧を強めて、サドルノード分岐点 SN_1 を過ぎると、壊滅的な砂漠状態への遷移を起こす構造である。降水圧 R と放牧圧 G の 2 つのパラメータ空間でみれば、その原点で 4 つの分岐点は一致し、それぞれパラメータを増加させても、分岐点の順序関係が入れ替わることはなく、空間一様状態と非一様植生状態の双安定構造は保たれる。放牧圧が強いと、サドルノード分岐点 SN_1 は降水圧の強い側へ移動し、壊滅的砂漠化が発生しやすくなる。サドルノード分岐点 SN_1 を超えて、砂漠化してしまった土地を回復させるには、チューリング分岐点 T_1 まで放牧圧を弱める必要がある。一度こぼした雨水を大地の盆に返すのはたいへんである。

改めて、Google Earth を用いて見つけたセネガルとザンビアの植生分布パターン画像を見比べてみよう。セネガルでは砂漠化が始まったところであり、ザンビアは砂漠化への崖っぷちにあると解釈できる。このような半乾燥地域は本来は草原で覆われており、現在もそれを潤すだけの降水量はあるだろう。しかしながら、過放牧や過耕作など、自然と人の共生バランスが失われることで砂漠化が進む。壊滅的な砂漠化が発生した前後では、再生緑化に必要な労力、経済的成本は大きくなる。図 3 の分岐図で、共存状態に挟まれた領域の面積がヒステリシス損の大きさの目安である。

古代文明の多くは大河の流れる乾燥地域で発生したが、いつのまにか減退してしまった。文明の発展に伴って人間活動が活発になったが故に、土地の許容力を超えて砂漠化が進み、王朝一代の時

間スケールでは解決できない規模での飢饉や貧困が発生したのだろうか。一方、現代の先進国はすべて湿潤地域にあるにも関わらず、人間活動の中心は農業から工業へと移り、やはり、見渡す限りのコンクリート砂漠を築き上げてしまった。この先、大きな運命的破局が迫っているのかもしれないが、温度も湿度も一定の快適な室内にすっかり慣れてしまった五感には、自然と共に生きる不安定な環境に再び身をおくことはおろか、少しの後戻りさえも億劫ではあろう。

5. 破局の予兆は感知できるか

北海道のニセコでは、冬場のスキー客の要望もあり、これまで立ち入り禁止であった区域の開放を実施している。そこでの最大の問題は雪崩の事故防止である。雪を切り取っての調査や小さな爆発を起こして、雪崩が起こる可能性を調べる。小さな摂動をかけて系がどう反応するかチェックし開放するかどうか決定している。砂漠化問題を含め、「小さな爆発」という摂動実験は多くの現実問題ではそう簡単には実施できない。しかし一方で現実の自然現象、社会現象は常に小さな摂動はかかっていると見られるので、適切な量に着目すれば、雪崩の予兆を知ることができるかもしれない。

5.1 イースター島の悲劇

イースター島は、面積が佐渡島の4分の1で180平方キロ程度の小さな島であるが、10世紀頃には既に極めて高度な文明が栄えたことが知られている。モアイ像はその遺産の一つである。しかしこの社会は突然崩壊した(17世紀頃と思われる)。主な原因は人口増加に伴う大規模な森林破壊と考えられている。その森林破壊は土壌の劣化と流出をもたらし、同時に、漁業に使用するカヌーの調達を不可能にし、結果として食糧不足の深刻化、さらに枯渇する資源を巡って、争いは日増しに激しくなり、ついには人食いが始まり、最後は社会全体が崩壊してしまったと考えられる。熱帯雨林帯にある島とは異なり、イースター島は南緯27度、西経109度あたりに位置するため、はるかに樹木

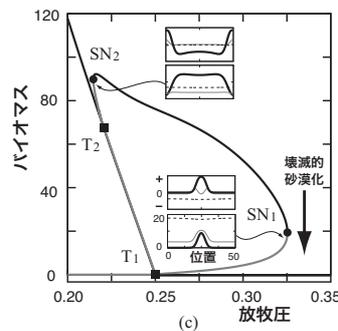
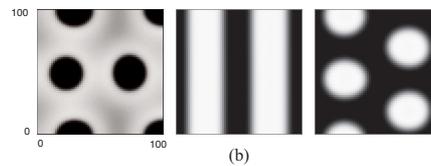
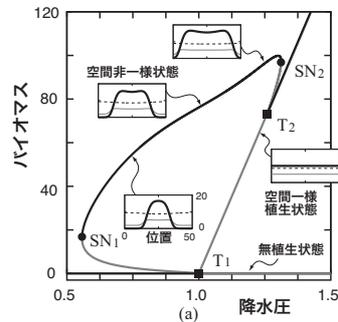


図3 (a) 空間1次元パターンの大域分岐図。降水圧 R をパラメータとし、放牧圧は $G = 0.25$ に固定した。印は、空間一様解のチューリング分岐点 $T_{1,2}$ 、印は、空間非一様解のサドルノード分岐点 $SN_{1,2}$ を表す。挿入図は、降水圧がそれぞれ 0.75, 1.00, 1.25 のときの状態変数のプロファイルを示す。特に、黒太線は植生分布 P である。(b) 空間2次元での植生パターン。左から順に降水圧を強めている。(c) 放牧圧 G をパラメータとした大域分岐図 ($R = 1.0$)。挿入図は、 $SN_{1,2}$ 点近傍での状態変数(下)とその不安定化モード(上)のプロファイルを示す。

の生長は遅く、雨の量も少ない。島の大きさ、資源の総量とそれに見合う人口の許容量が小さかったため、非常に短期間で崩壊に至ったと考えられる⁵⁾。

5.2 予兆の予測

イースター島の悲劇は他人事ではなく、今日の大量消費および資源の有限性を考えると、地球規模で同様なことが進行していないと誰も断言できないだろう。大事なことは、そのような破局が起こりうることを示唆するだけではなく、その予兆を予測できるかということになる。我々の身体感覚レベルから地球全体が出す様々な SOS 信号を用いて、我々はどこにいて、どこに行くのかを予測できるであろうか¹⁰⁾。前節で得た教訓はそのような破局はサブクリティカル分岐-サドルノード分岐-双安定構造という特異点構造が担っている可能性があるということであった¹³⁾。従って現状がサドルノード点にどれだけ近づいているのかということが問題となる。簡単なスペクトルの計算からサドルノード分岐点では、単純実固有値が原点を横切ることがわかる。これより小さな摂動を加えつつ分岐点に近づいていくと、緩和時間がどんどん長くなる、自己相関がどんどん大きくなる、分散が発散する、というような定量的変化が起こることがわかる。実際の現象では小さな摂動やノイズが常にかかっているとすれば、これらの傾向は一定の期間、特徴的な量に着目して計測すれば、発見が可能かもしれない。ここでの「特徴的な量」は様々な時系列であり、砂漠化のようなパターンの変化、さらにはそれらの複合的であろう。巨大地震、地滑り、局所集中豪雨など日本においても、様々な時間スケールでの予兆の予測が求められており、そこではサドルノード分岐点に対応するような、崖っぷち特異点の同定が急がれている。モデリングとその数理解析はそのような特徴的な量、特異点の発見に不可欠なアプローチのひとつと考えられる。

参考文献

- 1) 小林傳司, 「トランスサイエンスの時代」, NTT 出版

- (2007)
- 2) Stephen P. Ellner and John Guckenheimer, *Dynamic Models in Biology*, Princeton University Press (2006)
- 3) 刈屋武昭, 矢島美寛, 田中勝人, 竹内啓, 「経済時系列の統計—その数理的基礎—」, 統計科学のフロンティア 8, 岩波書店 (2003)
- 4) 稲葉寿 (編著), 「感染症の数理モデル」, 培風館, 東京 (2008).
- 5) J. Diamond, *Collapse -How societies choose to fail or succeed-*, Penguin Books (2005)
- 6) 根本正之, 「砂漠化ってなんだろう」, 岩波ジュニア新書, 東京 (2007).
- 7) R.Hillerislambers et al, *Vegetation pattern formation in semi-arid grazing systems*, *Ecology*, 82(1), 2001, pp. 50.61
- 8) M.Rietkerk et al, *Self-Organized Patchiness and Catastrophic Shifts in Ecosystems*, *Science* **305**, 1926-1929 (2004).
- 9) 科学技術振興機構 (独) 研究開発戦略センター (CRDS), 「新興融合分野研究検討報告書- 社会の課題解決と科学技術のフロンティア拡大を目指して-」, CRDS-FY2008-XR-01(2009)
- 10) M. Scheffer et al., *Early-warning signals for critical transitions*, *Nature* **461** (2009) 53-59.
- 11) 西浦 廉政, 「非線形問題 I - パターン形成の数理 - 」, 岩波講座・現代数学の展開 7, 岩波書店 (1999).
- 12) Y. Nishiura, *Far-from-equilibrium Dynamics*, AMS, (2002).
- 13) 西浦 廉政, 「自己複製と自己崩壊のパターンダイナミクス」, 岩波講座・物理の世界, 岩波書店 (2003).

(にしうらやすまさ, 北海道大学電子科学研究所)
(てらもとたかし, 千歳科学技術大学)